Hvað eru margir þorskar í sjónum ?

(230.000.000 4-11 ára um síðustu áramót)

Kynning á mikilvægustu gögnum sem notuð eru til að meta stofnstærð veiðanlegs þorsks.

Samanburður á þrenns konar aðferðum til að meta stofnstærð með svona gögnum.

Svipaðar aðferðir eru notaðar við ýsu og ufsa

Heimildir:

Gögn, ágrip af tölulegri fiskifræði og margan annan fróðleik má finna á heimasíðu Hafrannsóknastofnunar, www.hafro.is

Nýleg, yfirgripsmikil bók um tölulega fiskifræði er eftir
T.J.Quinn og R.B.Deriso. Quantitative Fish Dynamics. Oxford (1999).

Rannsóknum höfundar er m.a. lýst í eftirfarandi greinum:

G.G. og Sigfús A. Schopka. Developments in Icelandic cod stock assessment and application to NE-Arctic cod. Rit Fiskideildar *16,* (1999), 281-294.

Statistical considerations in the analysis of catch-at-age observations. J. Cons. int. Explor. Mer, *43,* (1986), 83-90.

Time series analysis of catch-at-age observations. Appl. Statist. *43,* (1994), 117-128.

Aldursgreindur afli (milljón fiskar)

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
3	8.6	12.2	20.5	6.2	10.8	5.4	1.7	3.5	2.5	10.5
4	25.1	21.7	33.1	24.1	9.1	14.9	16.5	7.7	19.6	6.6
5	15.5	26.5	15.2	19.7	16.8	7.4	17.3	25.4	15.2	29.0
6	21.5	11.4	13.3	7.0	13.1	12.3	6.7	20.2	24.6	11.2
7	25.0	10.1	3.6	4.4	4.1	9.4	7.4	5.9	13.0	11.4
8	6.4	8.3	2.8	1.3	1.6	2.2	6.0	3.9	2.8	5.7
9	0.9	2.0	2.7	0.6	0.3	0.8	1.1	3.0	1.5	1.1
10	0.2	0.3	1.2	0.5	0.2	0.2	0.5	0.5	0.7	0.6
11	0.1	0.0	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1	0.3

Litlir árgangar.
Stærri árgangar.

Vísitölur úr togararalli

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
1	3.97	0.81	3.60	14.39	1.19	3.72	1.23	8.17	7.41	18.54	11.97
2	16.81	19.04	4.95	16.12	29.25	5.47	22.64	5.77	34.49	28.78	24.14
3	18.42	32.44	35.55	8.47	26.16	41.59	13.68	30.16	7.44	55.92	37.06
4	30.16	19.05	39.28	27.03	9.36	27.82	56.47	16.01	43.75	7.27	38.32
5	15.92	16.71	13.48	23.45	24.98	12.66	29.29	61.45	13.37	31.13	5.14
6	19.42	6.95	10.58	6.15	18.35	15.16	9.79	28.16	24.63	8.58	15.89
7	22.78	6.36	2.45	4.23	3.96	14.01	8.98	6.49	11.52	8.51	3.43
8	4.81	5.73	2.17	0.85	1.89	3.32	6.29	5.45	2.43	4.41	2.04
9	0.95	1.48	1.41	0.62	0.37	1.03	0.46	3.39	1.38	0.49	0.81
10	0.35	0.23	0.41	0.40	0.15	0.15	0.22	0.77	0.63	0.33	0.22
11	0.24	0.04	0.15	0.14	0.25	0.04	0.17	0.15	0.18	0.07	0.11

Samband milli afla og stofnstærðar.

Skoðum breytingu á fjölda í árgangi á stuttu tímabili.

$$\Delta N = -(F + M)\, N\, \Delta t$$

N = fjöldi í árgangi,
F = veiðistuðull, mælikvarði á hve stíft er veitt úr árganginum.
M = náttúrulegur dánarstuðull, mælikvarði á hve ört árganginum fækkar af öðrum ástæðum en veiði.

Ef F og M eru óháð tíma má leysa þessa jöfnu og finna síðan aflann með því að tegra $FN\Delta t$.

Látum nægja að hafa F og M föst 1 ár í einu. Þá fæst

$$C(a,t) = \frac{F(a,t)}{Z(a,t)}(1 - e^{-Z(a,t)})N(a,t)$$

og

$N(a+1,t+1) = N(a,t)\ e^{-Z(a,t)}$.

Þarna er

$Z = F + M$ = heildardánarstuðull,
$C(a,t)$ = fjöldi veiddra fiska af aldri a árið t,
$N(a,t)$ = fjöldi fiska við upphaf ársins t.

Við höfum nú 2 jöfnur fyrir hvert ár, en meira þarf til að ákvarða stofn og tvo dánarstuðla.

VP-greining

Lítum svo á að við þekkjum M. Gefum okkur einnig F(a,t) síðasta árið (2000 í töflunni) og fyrir elsta fiskinn (11 ára í töflunni) þar á undan. Reiknum til baka aftur til fyrstu mælingar úr árganginum.

Eftir nokkur skref til baka verða útkomurnar næstum óháðar hvaða gildi var byrjað með.

Vantar samband milli F(a,t) eða N(a,t) og stærðar sem bæði er þekkt á bláa svæðinu og síðasta árið.

Samkvæmt skilgreiningu veiðistuðulsins er nærtækt að setja

$F(a,t) = \varphi(a)E(t)$

þar sem E(t) er mæld sókn og $\varphi(a)$ mælikvarði á hvernig sóknin beinist að fiski eftir aldri.

Bláu gildin eru notuð til að meta $\varphi(a)$. Veiðistuðlar síðasta ársins, F(a,2000), fást síðan úr þessu sambandi og sókn ársins.

Engin blá gildi fyrir elstu árganga, en eðlilegt að setja

$\varphi(a) = \varphi(a_m)$ fyrir öll $a > a_m$.

VP-greining

Lág randgildi F

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
3	0.16	0.09	0.07	0.03	0.02	0.01	0.03	0.05
4	0.32	0.29	0.19	0.12	0.12	0.09	0.10	0.10
5	0.49	0.32	0.34	0.22	0.21	0.27	0.25	0.20
6	0.74	0.44	0.36	0.46	0.33	0.40	0.46	0.30
7	0.74	0.59	0.51	0.48	0.55	0.53	0.48	0.40
8	1.08	0.64	0.45	0.55	0.66	0.63	0.52	0.40
9	1.11	0.72	0.32	0.45	0.65	0.82	0.54	0.40
10	0.75	0.63	0.50	0.37	0.52	0.67	0.50	0.40
11	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40

Há randgildi F

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
3	0.17	0.10	0.08	0.04	0.03	0.03	0.10	0.20
4	0.33	0.31	0.21	0.15	0.16	0.15	0.22	0.40
5	0.51	0.33	0.37	0.26	0.26	0.39	0.48	0.60
6	0.79	0.46	0.38	0.50	0.39	0.56	0.81	0.80
7	0.83	0.66	0.55	0.52	0.64	0.72	0.88	1.20
8	1.20	0.82	0.54	0.63	0.74	0.84	0.95	1.40
9	1.36	0.96	0.49	0.62	0.83	1.07	0.97	1.40
10	1.28	1.11	0.92	0.71	0.94	1.17	0.91	1.40
11	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40

Metin randgildi F

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
3	0.17	0.10	0.08	0.04	0.02	0.03	0.06	0.07
4	0.33	0.31	0.20	0.15	0.15	0.14	0.19	0.23
5	0.50	0.33	0.36	0.25	0.25	0.36	0.45	0.46
6	0.78	0.46	0.38	0.49	0.38	0.53	0.71	0.72
7	0.80	0.65	0.54	0.51	0.63	0.69	0.78	0.88
8	1.14	0.75	0.52	0.61	0.73	0.81	0.86	1.01
9	1.19	0.82	0.42	0.57	0.79	1.03	0.87	1.06
10	0.99	0.75	0.65	0.54	0.80	1.00	0.82	1.04
11	1.11	0.69	0.55	0.62	0.76	0.91	0.89	1.04

Tvenn vandkvæði.

1. Skrítin tölfræði að lausn elti nákvæmlega mælingar með talsverðri skekkju.

2. Erfitt að mæla sókn.

Tölfræðilausn:

Nærtæk leið til að koma eðlilegum tölfræðiaðferðum að viðfangsefninu er að meta líkan fyrir dánarstuðlana með talsvert færri stikum en mælingum.

Óæskilegt að líkanið þvingi breytingar milli ára svo að algengasta líkanið er

$F(a,t) = S(t)\varphi(a)$

þar sem $\varphi(a)$ er fall, ákvarðað af færri stikum en fjölda aldurshópa í veiði, og $S(t)$ er metið fyrir hvert ár í gagnasafninu.

Einnig þarf að meta eitt $N(a,t)$ fyrir hvern árgang í gagnasafninu, t.d. gildin fyrsta árið og yngsta fisk í veiðinni. Þá er hægt að reikna öll önnur stofngildi samkvæmt líkaninu af $F(a,t)$ og einnig aflann.

Stikana má finna með því að lágmarka

$$SSQ_1 = \sum_{a,t}\left[\ln C(a,t) - \ln \hat{C}(a,t)\right]^2.$$

Þarna er $C(a,t)$ mældur afli og $\hat{C}(a,t)$ reiknaður afli.

Mat á S(t) síðasta árið er afar ónákvæmt. Ef við höfum mat á sókn er hægt að reikna

$$SSQ_2 = \sum_t \left[\ln E(t) - \ln S(t) + b\right]^2$$

og finna stikana með lágmarki

$$SSQ_1 + \lambda SSQ_2.$$

Stikinn b er metinn og ræðst af mælieiningu sóknar. λ er valin vogtala og ræður hvað sóknarmælingarnar hafa mikil áhrif á matið.

Líkanið

$$F(a,t) = S(t)\varphi(a)$$

stenst ekki ef hlutfallið milli sóknar í aldursflokka breytist með tímanum. Þetta gerist t.d. ef aflahlutdeild breytist milli veiðarfæra sem veiða misstóran fisk.

Þessum vandkvæðum má draga úr með því að skipta C og F upp eftir veiðiflotum. Það auðveldar líka mat á sókn en skapar vandkvæði við dreifingu á frávikum og vægi á kvaðratsummum frá mörgum flotum.

Rall

Einn megintilgangur rallsins er að fá aflatölur með óbreyttri sókn frá ári til árs.

$U(a,t) = \gamma(a)\psi(t)N(a,t) + \varepsilon_U(a,t)$

$U(a,t)$ = rallvísitala aldurs a árið t
$\gamma(a)$ = mælikvarði á fiskni ralls eftir aldri
$\psi(t)$ = mælikvarði á fiskni ralls eftir árum, oft skilgreint =1
$\varepsilon_U(a,t)$ = mæliskekkjur og truflanir

Kvaðratsumma fæst með reiknuðum gildum á N(a,t):

$$SSQ_3 = \sum_{a,t}\left[\ln U(a,t) - \ln\gamma(a) - \ln N(a,t)\right]^2.$$

Í VP-greiningu er $\gamma(a)$ metið og endagildi valin með því að lágmarka SSQ_3.

Í tölfræðiaðferðum er SSQ_3 margfölduð með vogtölu og bætt við aðrar kvaðratsummur.

Algengt er að nota aldursgreindan afla á sóknareiningu frá einstökum flotum á hliðstæðan hátt og rall til að finna endagildi í VP-greiningu.

Tímaraðagreining

$$C(a,t) = \frac{F(a,t)}{Z(a,t)}(1 - e^{-Z(a,t)})N(a,t) + \varepsilon_C(a,t)$$

$$U(a,t) = \gamma(a)\psi(t)N(a,t) + \varepsilon_U(a,t)$$

$$N(a,t) = N(a-1,t-1)\, e^{-Z(a-1,t-1)}.$$

C,U,N og F eru margvíðar tímaraðir, ein röð fyrir hvern aldur.

Aldursgreindur afli og rallvísitölur eru mældar raðir og viðfangsefnið er að meta gildi raðanna N og F.

Þetta er þekkt viðfangsefni úr tímaraðagreiningu á forminu:

$$x_t = Ay_t + \varepsilon_t$$

$$y_t = By_{t-1} + \delta_t$$

(x_t vektor mældra raða, y_t vektor óþekktra raða, A og B fylki, ε og δ frávik).

Leyst með Kalmansíu:

Líkön óþekktu raðanna eru þannig að þegar gildi t-1 eru þekkt er hægt að spá y_t.

Gildi x_t eru síðan metin með spágildum y_t, borin saman við mælingar x_t og spágildi y_t leiðrétt með hliðsjón af skekkjunni.

Leiðréttingin ræðst af samdreifnifylkjum ε_t og δ_t og fylkjunum A og B.

Þegar búið er að leiðrétta y_t með hliðsjón af mælingum x_t er y_{t+1} spáð, x_{t+1} reiknað o.s.frv. til síðustu mælinga.

Okkar jöfnur ólínulegar.
Leyst með Taylornálgun þar sem þörf er á.

Setjum upp tímaraðalíkan fyrir F(a,t).

$$\ln F(a,t) = \sum_i \mu_i(t-1)\theta_i(a) + \delta(a,t)$$

$\theta_i(a)$ eru gefin föll af a, θ_1 =1.

$\mu_i(t) = \mu_i(t-1) + \omega_i(t)$.

ω og δ eru frávik.

Metnir stikar Í þessari aðferð eru byrjunargildi stofns og dánarstuðla og dreifni frávikanna.

Stikarnir eru metnir með sennileikafalli spáskekkju mæligildanna.

Með tímaraðagreiningu fæst oftast nothæft mat á F og N síðasta árið þó að hvorki sóknarmælingar né rallvísitölur séu teknar með.

Samantekt:

$$C(a,t) = \frac{F(a,t)}{Z(a,t)}(1 - e^{-Z(a,t)})N(a,t) + \varepsilon_C(a,t)$$

$$U(a,t) = \gamma(a)\psi(t)N(a,t) + \varepsilon_U(a,t)$$

$$N(a,t) = N(a\text{-}1,t\text{-}1)\ e^{-Z(a-1,t-1)}.$$

VP-greining setur

$$\varepsilon_C(a,t) = 0$$

og velur F(a,t) án líkans. Mæliskekkjur C(a,t) koma því fram sem óregla í F og N.

Tölfræðiaðferðir þvinga F(a,t) til að fylgja líkani sem er nákvæmlega gefið af metnum stikum. Raunveruleg óregla í F(a,t) kemur fram sem mæliskekkjur og óregla í N(a,t).

Bæði VP-greining og tölfræðiaðferðir verða að hafa mælingar á U(a,t) eða sókn veiðiflota og skilgreina

$$\psi(t) = 1.$$

Tímaraðagreining leyfir bæði mæliskekkjur og óreglu í F(a,t). Kemst af án sóknarmælinga eða ralls og getur metið $\psi(t)$.

Samanburður við hagrannsóknir

Haglíkan gæti litið út eitthvað á þessa leið:

$x_t = Ay_t + Dx_{t-1} + \varepsilon_t$

$y_t = By_{t-1} + \delta_t$

(x_t vektor mældra raða, y_t vektor óþekktra raða, A, D og B fylki, ε og δ frávik).

Þarna gæti y_t átt við leitni og hagstærðir sem ekki er hægt að mæla beint eins og framleiðslugetu hagkerfisins.

Meginviðfangsefni í hagrannsóknum er að velja hvaða raðir á að taka með og ákveða fylkin A, D og B.

Meginviðfangsefni í fiskifræði er að meta raðirnar í y_t. D er ekki með, A er alveg þekkt fyrir aldursgreindan afla, og einnig flestir stikar B.

Raðirnar eru mjög stuttar. Rallið byrjaði 1985.

Raðirnar eru margar svo að samdreifnifylki verða stór.