Tölfræðilegt mat á jafnvægisraunvöxtum

"State-Space" líkana nálgun

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Seðlabanki Íslands

Málstofa 29. nóvember 2016

Inngangur

- Við metum þrjú líkön og notum tvær mismunandi forsendur um vensl jafnvægisvaxta og hagkerfisins.
- Sérhvert mat byggir nauðsynlega á forsendu um hvernig hinir ómælanlegu jafnvægis(seðlabanka)vextir hafa áhrif á hagkerfið, og hvernig þeir ákvarðast útfrá hagkerfinu.
- Í öllum líkönunum þá hafa jafnvægisvextir áhrif í gegnum framleiðsluspennu/-slaka.
- En ákvarðast svo ótvírætt útfrá mismunandi forsendum:
  - Laubach-Williams forsendan: Jafnvægisvextir ákvarðast útfrá vexti framleiðslugetu og tímagildismati.
  - Taylor forsenda: Jafnvægisvextir ákvarðast óbeint útfrá Taylor reglu.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Kórlíkan 1/2

- Öll líkönin eru sértilvik af eftirfarandi líkani:

$$y_t = AE[y_{t+1}] + By_{t-1} + Cs_{t+1} + Ds_t + E\epsilon_t \quad (1)$$

$$s_{t+1} = \kappa s_t + \nu_{t+1} \quad (2)$$

- Þar sem y_t samanstendur af hlutmengi af landsframleiðslu, verðbólgu, vöxtum og gengi.
- Og vigurinn s_t samsettur af framleiðslugetu, framleiðslugetuvexti, jafnvægisvöxtum, jafnvægisgengi, og tímagildi (e. time preference).

Kórlíkan 2/2

- Við getum skilgreint tímaraðir ψ_t og ζ_t útfrá $(y_{t-1}, y_t, y_{t+1}, s_{t-1}, s_t, s_{t+1})$, sem má skrifa á state-space formi.

$$\psi_t = \alpha\zeta_t + \bar{\epsilon}_t \tag{3}$$

$$\zeta_{t+1} = \bar{\kappa}\zeta_t + \bar{\nu}_t \tag{4}$$

- Við getum svo metið state-space líkanið með tveimur aðferðum.
  - hámörkun á sennileikafalli (e. MLE), sem fengið er úr Kalman síu.
  - með bayesiskum aðferðum þar sem við nálgum eftirádreifingar (e. posterior distribution) með endurteknum úrtökum (e. repeated sampling).

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Laubach-Williams líkanið 1/5

- Byggjum á líkani Laubach og Williams (2003).
- Aftursýnt (e. backward-looking) líkan, sem við aðlögum að engu leyti að íslenskum aðstæðum. Sér í lagi er líkanið af lokuðu hagkerfi.
- Líkan sem er hvað mest notað í þessum fræðum.
- Hefðbundið líkan með IS- og Phillips-kúrvu.
- Tímagildismat og framleiðnivöxtur fylgir ráfferli.
- Lykiljafna er jafna (7) á næstu glæru:

$$r_t^* = cg_t + w_t$$

Laubach-Williams líkanið 2/5

Líkanið:

$$\tilde{y}_t = A_y(L)\tilde{y}_{t-1} + A_r(L)(r_{t-1} - r^*_{t-1}) + \epsilon_{y,t} \quad (5)$$

$$\pi_t = B_\pi(L)\pi_{t-1} + B_y(L)\tilde{y}_{t-1} + B_x(L)x_t + \epsilon_{\pi,t} \quad (6)$$

$$r^*_t = cg_t + w_t \quad (7)$$

$$y^*_t = y^*_{t-1} + \frac{g_{t-1}}{400} + \epsilon_{y^*,t} \quad (8)$$

$$g_t = g_{t-1} + \epsilon_{g,t} \quad (9)$$

$$w_t = w_{t-1} + \epsilon_{w,t} \quad (10)$$

Þar sem

$$A_y(L) = a_{y,1} + a_{y,2}L; \quad A_r(L) = a_{r,1} + a_{r,2}L$$

$$B_y(L) = b_{y,1}; \quad B_x(L) = 0$$

$$B_\pi(L) = b_{\pi,1} + b_{\pi,2}(L^2 + L^3 + L^4) + b_{\pi,3}(L^5 + L^6 + L^7 + L^8)$$

Laubach-Williams líkanið 3/5

Matsaðferð

- Færum líkanið í "state-space" form, sem er svo metið með Kalman síu og MLE sem úr henni kemur.
- Til að fá upphafsgildi metum við líkanið fyrst með OLS/MLE, með staðgenglum (e. proxies) fyrir ómælanlegu stærðirnar.
- Þessir staðgenglar voru ákvarðaðir útfrá meðaltölum og/eða útkomum úr öðrum líkönum.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Laubach-Williams líkanið 4/5

Niðurstöður

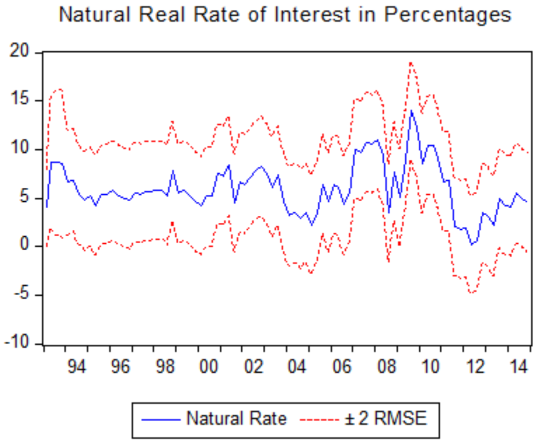

Figure: Mat á jafnvægisraunvöxtum í prósentum skv. L-W líkaninu.

Laubach-Williams líkanið 5/5

Niðurstöður

- Yfir allt tímabilið gefur samanburður á "ex-ante" vöxtum og jafnvægisvöxtunum í skyn að slaki hafi verið á peningastefnunni yfir allt tímabilið, en þó hlutlausari fyrri hlutann.
- Mögulega ótrúverðugt að peningastefnan sé talin svo slök yfir allt tímabilið, og er matið stöðugt hærra en fordómar okkar segja til um, sem og útkomur annarra líkana.

Aftursýnt NK líkan (Taylor forsenda) 1/5

- Öpum að mestu leyti eftir Kirker (2008), sem mat samskonar líkan fyrir Nýja Sjáland.
- Matsaðferð samskonar og við matið á L-W.
- Ólíkt L-W höfum við nú líkan af litlu opnu hagkerfi.
- Gervi-UIP skilyrði tengir útlönd við íslenska hagkerfið:

$$
\begin{aligned}
z_t = z_t^* + d_{z,1} z_{t-1} + d_{z,2} z_{t-1}^* \qquad (11) \\
+ d_r((r_{t-1} - r_{t-1}^*) - (r_{f,t-1} - r_{f,t-1}^*)) + \epsilon_{z,t} \qquad (12)
\end{aligned}
$$

- Sem verður að UIP skilyrðinu þegar við færum okkur eitt skref fram í tímann, setjum væntivirkja á framtíðarstærðir, og setjum $d_{z,1} = -d_{z,2} = d_r = 1$.

Aftursýnt NK líkan (Taylor forsenda) 2/5

Líkanið

$$\tilde{y}_t = A_y(L)\tilde{y}_{t-1} + A_r(L)(r_{t-1} - r^*_{t-1}) \tag{13}$$

$$+ a_z(z_{t-1} - z^*_{t-1}) + a_f(y_{f,t-1} - y^*_{t-1}) + \epsilon_{y,t} \tag{14}$$

$$\pi_t = B_\pi(L)\pi_{t-1} + B_y(L)\tilde{y}_{t-1} + B_x(L)x_t + \epsilon_{\pi,t} \tag{15}$$

$$r_t = (1-\gamma_r)\left(r^*_t + c_\pi(\pi^A_{t-1} - \pi^{A*}_{t-1}) + c_y\tilde{y}_{t-1}\right) \tag{16}$$

$$+ \gamma_r r_{t-1} + \epsilon_{r,t} \tag{17}$$

$$z_t = z^*_t + d_{z,1}z_{t-1} + d_{z,2}z^*_{t-1} \tag{18}$$

$$+ d_r((r_{t-1} - r^*_{t-1}) - (r_{f,t-1} - r^*_{f,t-1})) + \epsilon_{z,t} \tag{19}$$

$$y^*_t = y^*_{t-1} + \frac{g_{t-1}}{400} + \epsilon_{y^*,t} \tag{20}$$

og

$$x^*_t = x^*_{t-1} + \epsilon_{x^*,t}; \quad x \in \{r, g, z, \pi\} \tag{21}$$

Aftursýnt NK líkan (Taylor forsenda) 3/5

Niðurstöður

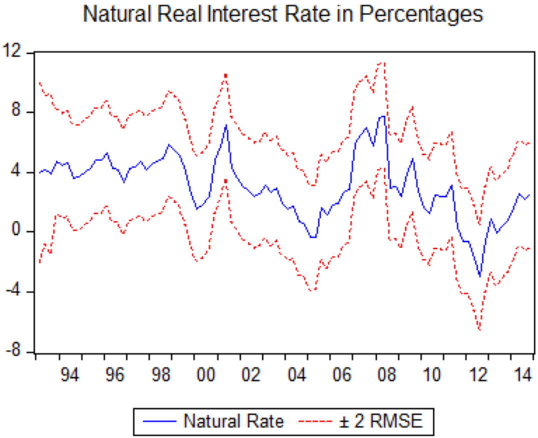

Figure: Mat á jafnvægisraunvöxtum í prósentum skv. aftursýna NK líkaninu.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Aftursýnt NK líkan (Taylor forsenda) 4/5

Fáum jafnframt mat á verðbólgumarkmiði

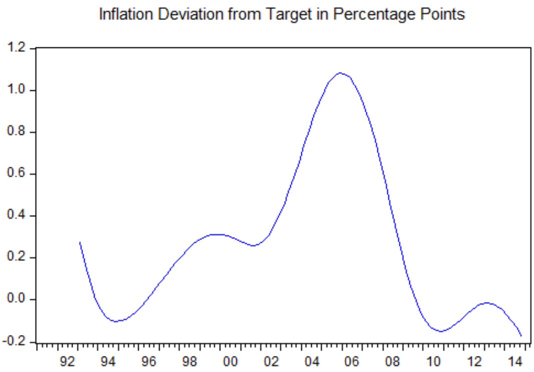

Figure: Mismunur á leitni ársfjórðungsverðbólgu og leitni metnu ársfjórðungsverðbólgumarkmiði, á ársgrundvelli, í prósentum.

Aftursýnt NK líkan (Taylor forsenda) 5/5

Niðurstöður

- M.t.t verðbólgu hefur verið of mikill slaki á peningastefnunni yfir matstímann, þar til 2009, þegar verðbólga er við markmið.
- Útfrá mismun á ex-ante raunvöxtum og jafnvægisvöxtum (sjá mynd i samanburðskafla), þá hefur peningastefnan verið annað hvort hlutlaus eða of aðhaldssöm, yfir allt tímabilið.
- Greinilegt ósamræmi á milli mælikvarða. Aðhaldssemi útfrá fráviki raunvaxta frá jafnvægi sínu en verðbólga þó oftar en ekki yfir markmiði.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 1/7

- Framsýnt (e. forward-looking) líkan, sem er í grundvallaratriðum sambærilegt því aftursýna.
- Gervi-UIP skilyrðið þó ólíkt, og er gefið með

$$z_t = z^e_{t+1|t} + (r_t - r^f_t + \rho^*_t)/4 + \epsilon^z_t \tag{22}$$

Þar sem jafnvægisáhættuálagið, ρ^*_t, er gefið með

$$\rho^*_t = 4[z^*_t - \delta_z E_t z^*_{t+1} - (1-\delta_z) z^*_{t-1}] - r^*_t + r^{f*}_t \tag{23}$$

- Auðvelt að sjá að við fáum UIP skilyrðið á "gap"-formi ef $\delta_z = 1$.

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 2/7

Líkanið:

- Eftirfarandi líkan er metið með gögnum um íslenska hagkerfið:

$$\tilde{y}_t = (1-\beta_y)E_t\tilde{y}_{t+1} + \beta_y\tilde{y}_{t-1} - \beta_r\tilde{r}_{t-1} \tag{24}$$
$$- \beta_z\tilde{z}_{t-1} + \beta_f\tilde{y}_t^f + \epsilon_t^y \tag{25}$$
$$\pi_t = (1-\alpha_\pi)E_t\pi_{t+1} + \alpha_\pi\pi_{t-1} + \alpha_y\tilde{y}_{t-1} \tag{26}$$
$$- \alpha_z(z_t - z_{t-1}) + \epsilon_t^\pi \tag{27}$$
$$i_t = (1-\gamma_i)\left[r_t^* + E_t\pi_{t+1}^* + \gamma_\pi E_t\tilde{\pi}_{t+4}^A\right] \tag{28}$$
$$+ \gamma_i i_{t-1} + + \gamma_y\tilde{y}_t \tag{29}$$
$$\tag{30}$$

- Þar sem

$$x_t^* = x_{t-1}^* + \epsilon_t^{x^*} \quad x \in \{\pi, z, r\} \tag{31}$$
$$\tilde{x}_t = x_t^* - x_t \quad x \in \{\pi, z, r, y, y^f\} \tag{32}$$
$$r_t = i_t - E_t\pi_{t+1} \tag{33}$$

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 3/7

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Matsaðferð

- Metum með bayesískum aðferðum.
- Nánar tiltekið er notast við Kalman síur og Metropolis-Hastings Markov keðju Monte Carlo algrím við mat.
- Fyrirframdreifing (e. Priors) serstaklega mikilvægar vegna kennslavanda (e. identification problems).
- Til viðmiðunar við val á fyrirframdreifingum voru notaðar fyrir- og eftirádreifingar úr öðrum líkönum fyrir íslenskt hagkerfi (Dynimo, Hunt og Honjo), sem og úr líkani Kirker (2008).

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 4/7

Niðurstöður

Mat á jafnvægisraunvöxtum:

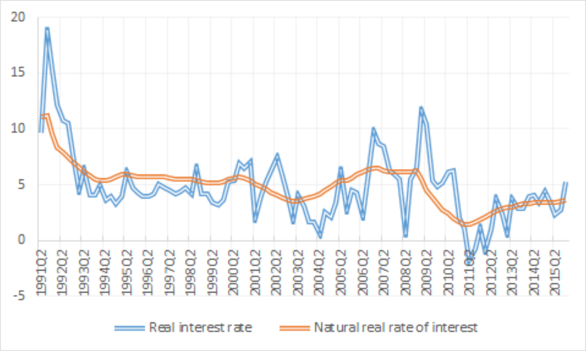

Figure: Jafnvægisraunvaxtamat líkansins og "ex-ante" raunvextir, í prósentum.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 5/7

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Niðurstöður

Peningastefnan m.t.t verðbólgumarkmiðs.

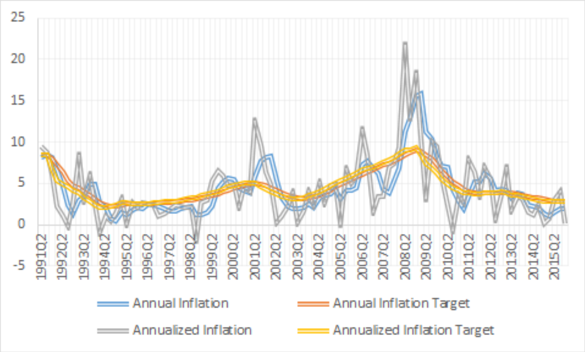

Figure: Ársfjórðungsverðbólga og metið ársfjórðungsverðbólgumarkmið, á ársgrundvelli í prósentum.

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 6/7

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Niðurstöður

Aðhaldsstig peningastefnunnar

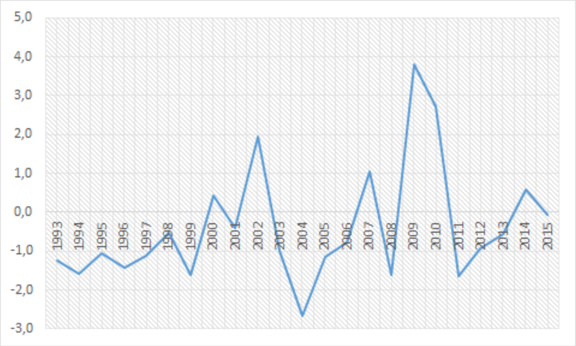

Figure: Mismunur "ex-ante" raunvaxta og jafnvægisraunvaxta.

Framsýnt NK líkan (Taylor forsenda) 7/7

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Niðurstöður

- Jafnvægisraunvextir nálægt fordómum okkar; 3,6% í lok 2015.
- Slaki í peningastefnunni frá 1991-2000.
- Sveiflukennt ferli með slaka og spennu til skiptis frá 2000.
- Mikill slaki 2004 og svo að hruni.
- Slaki í peningastefnunni frá 2011-2013, sem snerist í spennu og svo í hlutleysi í endapunkti, árið 2015.

Erfiðleikar við mat 1/3

- **"Pile up" vandinn**
  Vandi við mat á "state-space" líkönum með hámörkun sennileikafalls þegar "signal-to-noise" hlutfall af sveifluhluta (e. cyclical) ómælanlegu stærðarinnar er lítið.
  - Nátengt einingarrótarvandamálum.
  - Er síður vandamál í bayesísku mati skv. Kim og Kim (2013).
- **Sennileikafallið er háslétta eða stapi**
  Sést vel á því hversu mikið matið breytist við litlar breytingar á upphafsgildum

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Erfiðleikar við mat 2/3

- **Almenn vandamál**
  Fáum mat á ómælanlegum stærðum sem stemma ekki við hugmyndafræðilega tilvist þeirra í jöfnunum. T.d. er tímagildisstærðin, sem ætti að hafa jákvæð áhrif á jafnvægisraunvexti i L-W líkaninu neikvæð í yfir 10 ár, samkvæmt mati.
  - Möguleg skýring á þessum vandamálum má finna í Taylor og Wieland (2016), sem telja sama vandamálin hrjá flest möt á jafnvægisvöxtum, þ.e. "...misspecification due to omitting important variables relating to structural policy and monetary policy".

Erfiðleikar við mat 3/3

Matsvandi í framsýna líkaninu

- Í bayesíska matinu var kennslavandi
  - kennslavandagreining benti til að erfitt væri að aðgreina hvort upplýsingarnar í gögnunum megi einka skellum eða breytum.
- Staðalfrávik skekkju við jafnvægisgengi óþægilega hátt miðað við staðalfrávik skekkju gengis.
  - Alla jafna býst maður við að staðalfrávik skekkju jafnvægisstærða sé minni en staðalfrávik skekkju stærðarinnar sjálfrar.

Samanburður 1/2

Samanburður á jafnvægisraunvaxtamati aftursýnu líkönunum

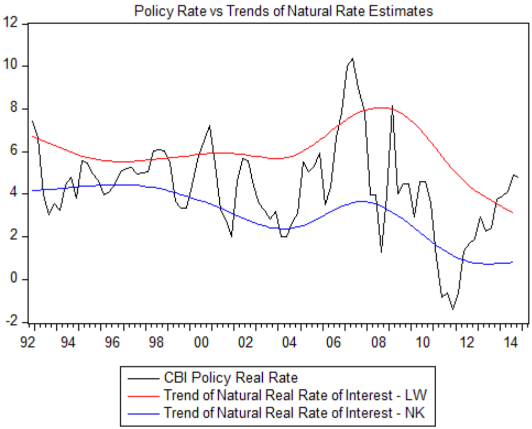

Figure: HP-leitni metnu jafnvægisraunvaxta aftursýnu líkananna og "ex-ante" raunstýrivextir, í prósentum

Samanburður 2/2

Samanburður á jafnvægisraunvaxtamati aftursýnu líkananna og framsýna líkansins

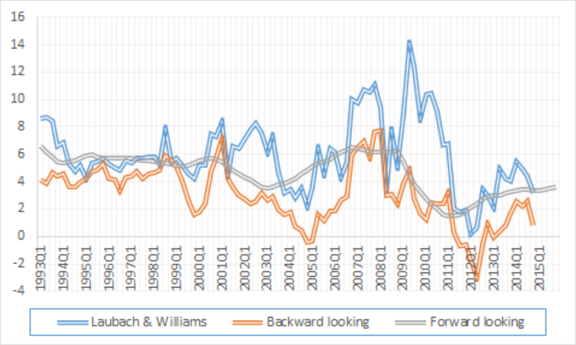

Figure: Samanburður á jafnvægisraunvaxtamötum líkananna þriggja.

Besta mat

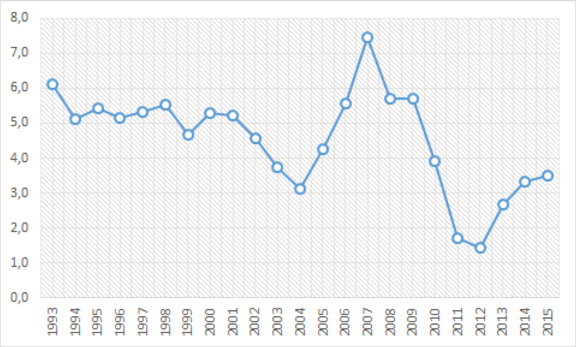

Figure: Vegið meðaltal jafnvægisraunvaxtamatanna líkananna þriggja.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Gildi matanna og nytsemi

- Þó mat eins og það sem er borið fram hér að ofan hafi gildi, þá er mikil óvissa.
- Munur á "level" raunvaxtamatanna.
- Dýnamíkin þó nokkuð samhljóma, og því hægt að nota slíkt mat til að meta breytingu á aðhaldsstigi peningastefnunnar.
- Mjög nytsamlegt sem forsenda í önnur líkön en til að spá og herma með öðrum líkönum (t.d. QMM og DYNIMO) þarf að setja inn forsendur um jafnvægisraunvexti.

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Samantekt 1/2

- Öll líkön sýna að langtímaleitni jafnvægisraunvaxta er niðurhallandi
  - Sem stemmir við rannsóknir á jafnvægisraunvöxtum annarra landa
- Fræðilegu líkön fyrri hluta ritgerðarinnar meta jafnvægisraunvextinna sem heldur hærri en tölfræðilegu líkönin
  - Útfrá jaðarafköstum fjármagns fæst mat sem er töluvert hærra en fordómar okkar segja til um (u.þ.b. 10%, en þá á eftir að draga frá álög vegna áhættu í framleiðslu og vegna annars fjármagns en fastafjármuna)
  - Trúlegasta matið úr Euler jöfnum er u.þ.b 5%
  - Tölfræðilegu líkönin, í sameiningu, gefa mat sem er samhljóma fordómum okkar, og er árið 2015 í u.þ.b. $3,5\%$

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson

Samantekt 2/2

- Tölfræðilegu líkönin eru alla jafna sammála um hverjar breytingarnar í jafnvægisraunvöxtunum eru, en ekki um nákvæmt gildi þess.
- Blinder - "difficult to estimate and impossible to know with precision. It is therefore most usefully thought of as a concept rather than as a number, as a way of thinking about monetary policy rather than as the basis for a mechanical rule..."

Ásgeir Daníelsson, Ólafur S. Helgason, Stefán Þórarinsson